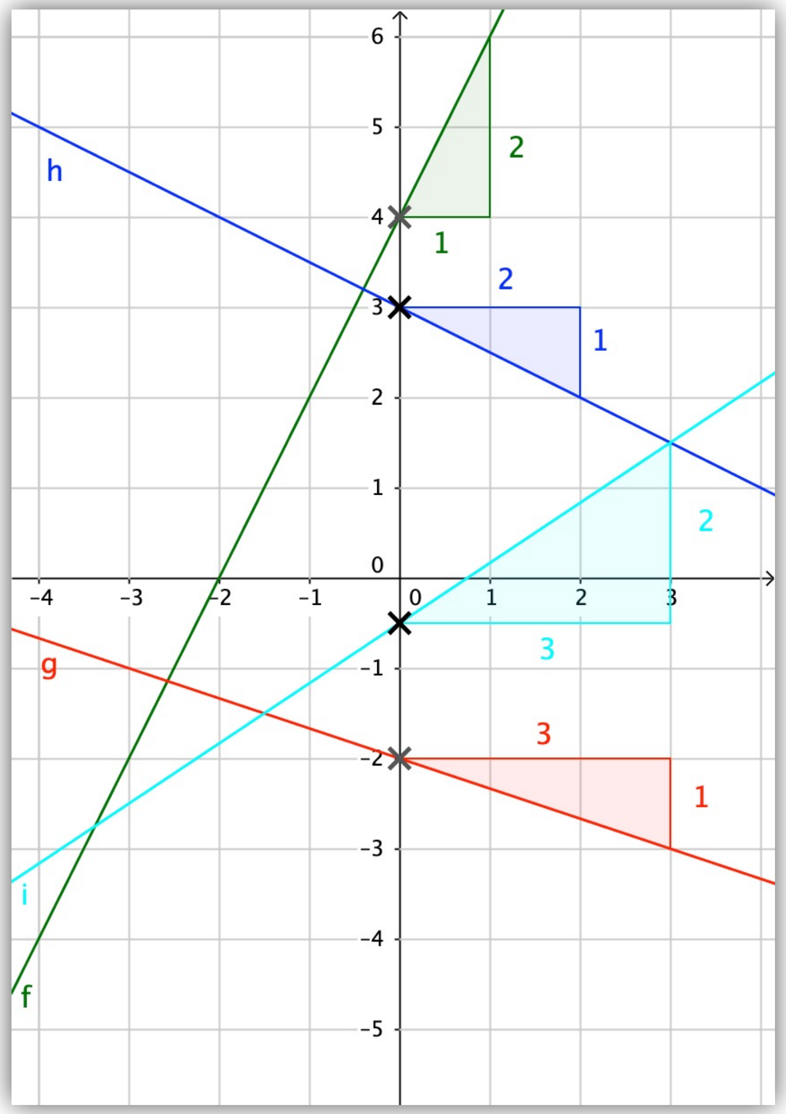
U01 Quadratische Funktion der Form $y = x^2 + c$

Lineare Funktionen

Lineare Funktionen haben die **Funktionsgleichung** $f(x) = m \cdot x + n$. **m** ist die **Steigung** und **n** der **Achsenabschnitt** der Funktion.

Die Funktion verläuft durch **(0 | n)**. Das **Steigungs-dreieck** zeichnet von dort aus nach rechts / oben bzw. rechts / unten ein.



Beispiele:

$f(x) = 2x + 4 \qquad n = 4 \qquad m = \frac{2}{1}$

$g(x) = -\frac{1}{3}x - 2 \qquad n = -2 \qquad m = -\frac{1}{3}$

$h(x) = -0{,}5x + 3 \qquad n = 3 \quad m = -\frac{5}{10} = -\frac{1}{2}$

$i(x) = \frac{2}{3}x - 0{,}5 \qquad n = -0{,}5 \qquad m = \frac{2}{3}$

Parabeln

Parabeln sind bogenförmige Funktionen, die man nicht nur in der Mathematik häufiger beobachten kann.

Bildquelle: Binja69 © pixabay

Man bezeichnet Parabeln auch als **quadratische Funktionen**, da die Variable x quadriert wird.

Die **Normalparabel** hat die Funktionsgleichung

$f(x) = x^2$.

Um diese Funktion oder andere quadratische Funktionen zu zeichnen, erstellt man eine **Wertetabelle**, trägt die einzelnen Punkte in das Koordinatensystem ein und verbindet die Punkte mit einer **bogenförmigen Linie**.

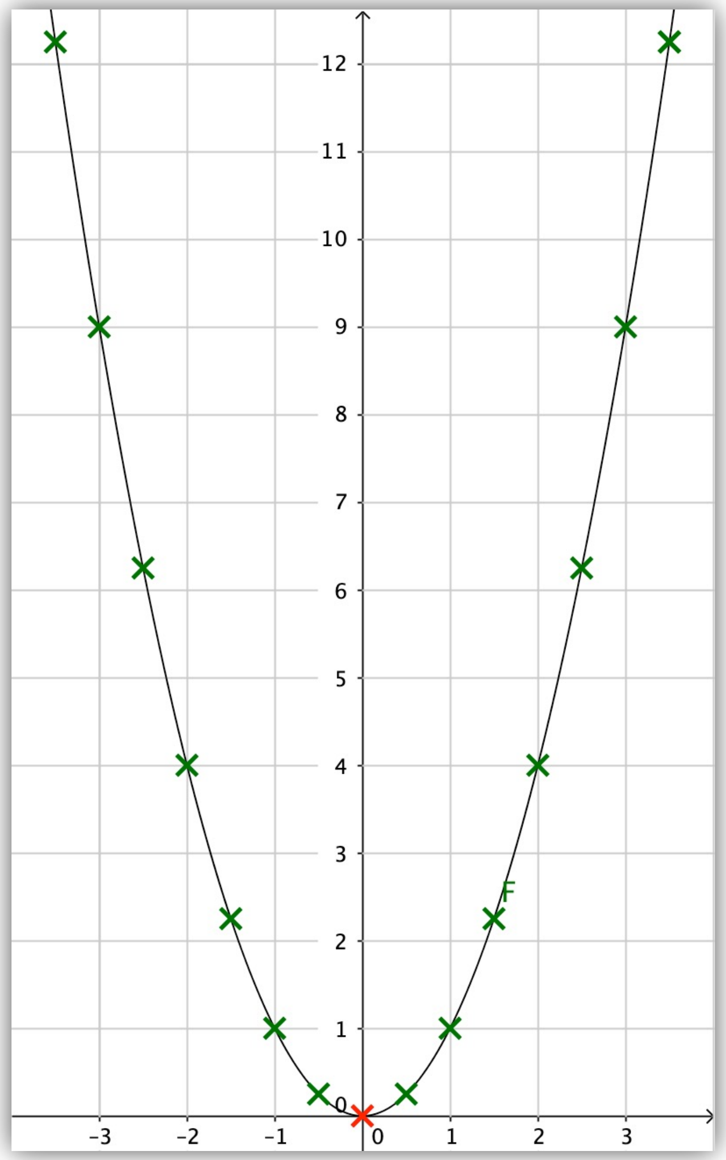
Die Normalparabel

Die Normalparabel hat die **Funktionsgleichung**

$y = x^2$ oder $f(x) = x^2$

Wertetabelle:

x	-3	-2.5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
y	9	6,25	4	2,25	1	0,25	0	0,25	1	2,25	4	6,25	9



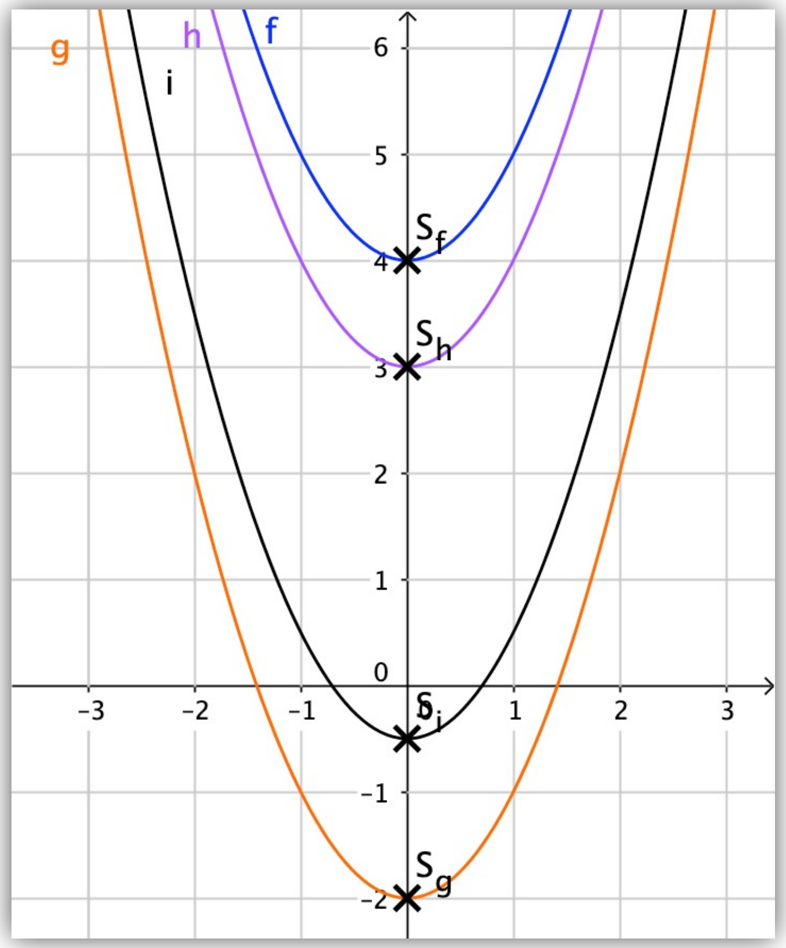
Den **tiefsten Punkt** **S(0 | 0)** nennt man **Scheitelpunkt** der Normalparabel oder kurz **Scheitel**.

Die Normalparabel ist **achsensymmetrisch** zur **y-Achse**.

Zum Beispiel hat die Funktion für x = -3 und x = 3 dieselben y-Wert.

Quadratische Funktionen

Ausgehend von der Normalparabel $y = x^2$ kann man diese in y-Richtung verschieben.



Die Grafik der Funktion $f(x) = x^2 + c$ erhält man, indem man die **Normalparabel in y-Richtung um c** verschiebt. Der **Scheitelpunkt** der verschobenen Parabel ist **S (0 | c)** .

Beispiele:

$f(x) = x^2 + 4$ $\quad S(0|4)$

$g(x) = x^2 - 2$ $\quad S(0|-2)$

$h(x) = x^2 + 3$ $\quad S(0|3)$

$i(x) = x^2 - 0{,}5$ $\quad S(0|-0{,}5)$

Die Punktprobe

Will man überprüfen, ob ein Punkt auf der Normalparabel liegt, so setzt man die Koordinaten des Punktes in die Funktionsgleichung ein. Liegt der Punkt auf der Normalparabel, so erhält man eine wahre Aussage. Liegt der Punkt nicht auf der Normalparabel, so erhält man eine falsche Aussage.

Beispiel: **Normalparabel (NP):** $f(x) = x^2$

P (1 | 2)	Einsetzen:	$2 = 1^2$	(f)	$P \notin f(x)$
P (0 | 0)	Einsetzen:	$0 = 0^2$	(w)	$P \in f(x)$
P (-2 | 4)	Einsetzen:	$4 = (-2)^2$	(f)	$P \notin f(x)$
P ($-\frac{1}{2}$ | 0,25)	Einsetzen:	$0{,}25 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2$		
		$0{,}25 = 0{,}25$	(w)	$P \in f(x)$

Fehlende Koordinaten bestimmen

Hat man einen Funktionsterm und eine Koordinate eines auf dieser Funktion liegenden Punktes so kann man die fehlende Koordinate recht einfach berechnen, indem man die gegebene Koordinate einsetzt und nach der anderen Koordinate umformt.

Beispiel: **Normalparabel (NP):** $f(x) = x^2$

P (7 | ■)	$y = 7^2$	$y = 49$	P (7 | 49)
P $(-\frac{2}{3}$ | ■)	$y = (-\frac{2}{3})^2$	$y = \frac{4}{9}$	P $(-\frac{2}{3} \mid \frac{4}{9})$
P (■ | 0,64)	$0{,}64 = x^2$	$x_1 = 0{,}8$	P_1 (0,8 | 0,64)
		$x_2 = -0{,}8$	P_2 (−0,8 | 0,64)
P (■| -5)	$-5 = x^2$	*keine Lösung möglich*	

Bestimmung der Variablen c

Hat man einen Funktionsterm und eine Koordinate eines auf dieser Funktion liegenden Punktes so kann man die fehlende Koordinate recht einfach berechnen, indem man die gegebene Koordinate einsetzt und nach der anderen Koordinate umformt.

Beispiel: **Normalparabel (NP):** $f(x) = x^2$

P (7 | ■)	$y = 7^2$	$y = 49$	P (7 | 49)
P ($-\frac{2}{3}$ | ■)	$y = (-\frac{2}{3})^2$	$y = \frac{4}{9}$	P ($-\frac{2}{3}$ | $\frac{4}{9}$)
P (■ | 0,64)	$0{,}64 = x^2$	$x_1 = 0{,}8$	P_1 (0,8 | 0,64)
		$x_2 = -0{,}8$	P_2 ($-0{,}8$ | 0,64)
P (■| -5)	$-5 = x^2$	*keine Lösung möglich*	